**Réductions algébriques – Démonstrations**

Théorème : ⍟

Soit . Les valeurs propres de figurent parmi les racines (dans ) de tout polynôme annulateur de , c’est-à-dire :

Si est annulateur de ,

Démonstration :

Soit un polynôme annulateur de (ie )

Soit , alors et tel que .

On montre par récurrence que  :

Initialisation :

On a .

Hérédité : Soit , tel que .

Alors .

Notons

Alors

Et

Ainsi et

Donc

Propriété : ⍟

Soient . Si et sont semblables, elles ont les mêmes polynômes annulateurs.

Démonstration :

Supposons que et sont semblables, alors .

Soit

On montre par récurrence que  :

Initialisation :

Hérédité : Soit

Alors

Donc

Donc

Théorème : ⍟

Soit . divise tout polynôme annulateur de

Démonstration :

Soit un polynôme annulateur de . Comme est unitaire, donc on peut effectuer la division euclidienne de par .

Ainsi tel que , avec

Supposons par l’absurde que ne divise pas , c’est-à-dire

Alors

Ainsi est annulateur de et , ce qui contredit la définition de .